

دبیرستان فرزانهگان ۱ تهران

روز نخست:

۱- وارون پذیری تابع $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-2}}$ را بررسی کرده و در صورت وارون پذیر بودن، ضابطه f^{-1} را بنویسید.

۲- دامنه تابع $y = \sqrt{5^{2x+1} - 5^x - 4}$ را مشخص کنید.

۳- برد تابع های زیر را تعیین کنید.

الف) $y = 3^x + 3^{2-x}$ ب) $y = \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{x+1}{1-x}}$

۴- مقدار عددی عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $\log_4 8 \times \log_2 9$ ب) $\log_2 3 \times \log_3 5 \times \log_5 4$ ج) $\log_{10} 20 \times \log_{100} 25 + (\log_{1000} 8)^2$

روز دوم:

۱- وارون پذیری تابع های زیر را بررسی کرده و در صورت وارون پذیر بودن، ضابطه f^{-1} را بنویسید.

الف) $f(x) = \sqrt[3]{2x-3}$ ب) $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x - 2 & x \geq 1 \\ \sqrt{1-x} & x < 1 \end{cases}$

۲- دامنه تابع های زیر را مشخص کنید.

الف) $y = \log_{x+1} \frac{x^2 - x - 6}{x-1}$ ب) $y = \log_4 (\log_3 (\log_2 x))$

۳- نمودار توابع لگاریتمی زیر را رسم کنید.

الف) $y = \log_2 (3x-2)$ ب) $y = \ln(x-1)$ ج) $y = 3 + \log_2(x+3)$

روز سوم:

۱- دامنه توابع زیر را مشخص کنید.

الف) $y = \frac{\log_2(1-x^2)}{\log_2 x - \log_2(1-x)}$ ب) $y = \log_{x-3} \frac{x^2-2}{x^4-4}$

دبیرستان فرزانهگان ۱ تهران

۲- اگر $f(x) = 3x + 2$ ، $g(x) = 2x^2 - x + 1$ ، a را چنان بیابید که:

الف) $gof(a) = 50$

ب) $fog(a) = gof(a)$

۳- نمودار توابع لگاریتمی زیر را رسم کنید.

الف) $y = \log_{\frac{1}{10}}(x-2) + \log_{\frac{1}{8}}\frac{1}{64}$

ب) $y = (\log x)^2$

ج) $y = \log x + \log \frac{1}{x}$

۴- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $2\log_x 3 \times \log_{3x} 3 = \log_{9\sqrt{x}} 3$

ب) $\log_{\sqrt{x}} 5x^2 \times \log_{5x} x\sqrt{x} = 5$

روز چهارم:

۱- وارون توابع زیر را محاسبه کنید.

الف) $f(x) = \log_2 \sqrt{x^3 - 1}$

ب) $f(x) = 2^{\log_5 \sqrt[3]{x-1}}$

۲- برد تابع های زیر را تعیین کنید.

الف) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2|x|+3}$

ب) $y = 3^{\sqrt{1-x}}$

۳- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $10^{1+x^2} - 10^{1-x^2} = 9$

ب) $3^{2x} - 3^x = 702$

۴- فرض کنید $z = \log_c ab$ ، $y = \log_b ac$ و $x = \log_a bc$. ثابت کنید: $xyz = x + y + z + 2$

روز پنجم:

۱- وارون پذیری تابع های زیر را بررسی کرده و در صورت وارون پذیر بودن، ضابطه f^{-1} را بنویسید.

الف) $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$

ب) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 2 \\ x - 1 & 0 < x \leq 2 \\ x + 1 & x \leq 0 \end{cases}$

دبیرستان فرزندگان ۱ تهران

۲- نمودار توابع لگاریتمی زیر را رسم کنید.

الف) $y = \log_4(x-2)^2$

ب) $y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-1}$

۳- اگر $f(x) = \log \frac{1-x}{1+x}$ ، ثابت کنید: $f(a) + f(b) = f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$

۴- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $3\sqrt{\log x} + 2\log \sqrt{\frac{1}{x}} = 2$

ب) $3^{(\log_3 x)^2} + x^{\log_3 x} = 6$

روز ششم:

۱- هرگاه دامنه ی f^{-1} مجموعه اعداد حقیقی باشد و $f^{-1}(-3) = 1$ ، اگر $f(4x-2) = 2 + 5$ آنگاه x را بیابید.

۲- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $2^{12x+1} - 4^{6x-1} + 8^{4x-1} = 7680$

ب) $|x-3|^{\frac{x^2-4x+3}{x-2}} = 1$

۳- فرض کنید $t = \log_d abc$ ، $z = \log_c abd$ ، $y = \log_b acd$ ، $x = \log_a bcd$ ثابت کنید:

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1} + \frac{1}{t+1} = 1$$

۴- اگر $\frac{\log a}{b-c} = \frac{\log b}{c-a} = \frac{\log c}{a-b}$ ثابت کنید: $a^a \cdot b^b \cdot c^c = 1$

روز هفتم:

۱- اگر $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1-x}}$ آن گاه $f^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ چقدر است؟

۲- اگر f یک تابع نمایی با دامنه ی حقیقی و برد $(0, +\infty)$ باشد و $f(4) = 4$ و $f(20) = 20$ ، مقدار $f(12)$ را بیابید.

۳- اگر $\log a = x$ ، $\log b = y$ ، $\log c = z$ که $0 < a, b, c \neq 1$ حاصل عبارت های زیر را بیابید.

الف) $\log_{abc} 10$

ب) $\log a + \log a^{-1}$

دبیرستان فرزانهگان ۱ تهران

روز هشتم:

۱- اگر g تابعی وارون پذیر و $f(x) = g(x^3 + 1) + 2$ باشد، در صورتی که $g(9) = 4$ ، مقدار $f^{-1}(6)$ را محاسبه کنید.

۲- نمودار توابع نمایی زیر را رسم کنید.

الف) $y = 2^{x^2}$ ب) $y = \frac{2^{x+2}}{3^{-x+2}} + 1$

۳- نامعادلات زیر را حل کنید.

الف) $\left(\frac{3}{4}\right)^{6x+10-x^2} < \frac{27}{64}$ ب) $3^{2x} - 6 \times 3^x + 9 > 0$

روز نهم:

۱- اگر $x = 10^{\frac{1}{1-\log y}}$ ، $y = 10^{\frac{1}{1-\log z}}$ ثابت کنید: $z = 10^{\frac{1}{1-\log x}}$.

۲- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{2^{-x} - 3^{-x}}$ را بیابید.

۳- وارون تابع $f(x) = 2^{2x} - 2^{x+1}$ را مشخص کنید.

روز دهم:

۱- حاصل عبارت $\log_a a \cdot \log_a a^2 \cdot \log_a a^3 \cdot \dots \cdot \log_a a^n$ را بیابید. ($0 < a \neq 1$)

۲- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $x^{(\log_4 x) - 3} = \frac{1}{16}$ ب) $\sqrt{5^{x-2}} = 2^x$

۳- فرض کنید $2a + 3b > 0$ و $4a^2 + 9b^2 = 13ab$. ثابت کنید: $\log \frac{2a+3b}{5} = \frac{\log a + \log b}{2}$

روز یازدهم:

۱- نشان دهید اگر $\log_a x$ ، $\log_a y$ و $\log_a z$ دنباله حسابی تشکیل دهند، آنگاه x ، y ، z دنباله هندسی تشکیل میدهند.

۲- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $26^{\log x} - 24^{\log x} = x$

ب) $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_4 x} = 2$

۳- وارون توابع زیر را محاسبه کنید.

الف) $y = \frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}}$

ب) $y = \log_2(x + \sqrt{x^2 + 1})$

روز دوازدهم:

۱- دستگاه معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف)
$$\begin{cases} \log \sqrt{x+3} - \log \sqrt{y-3} = \log 2 \\ \frac{2^x}{2^y} = 8^{\log_2 4} \end{cases}$$

ب)
$$\begin{cases} \log x + \log y = 1 \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases}$$

۲- $f: R \rightarrow R$ تابعی است که به ازای هر دو عدد حقیقی مانند x و y :

$$f(x+y) + f(x-y) = f(x)(y+2) - y(x^2 - 2y)$$

مقدار $f(10)$ را بیابید.۳- اگر نمودار تابعهای f, g به شکل زیر باشند، نمودار تابعهای $\frac{f}{2g}, f \cdot g, f - g$ 